MPSI 2024/2025 | Correction DS n°1 (2h)

I - Prisme réflecteur

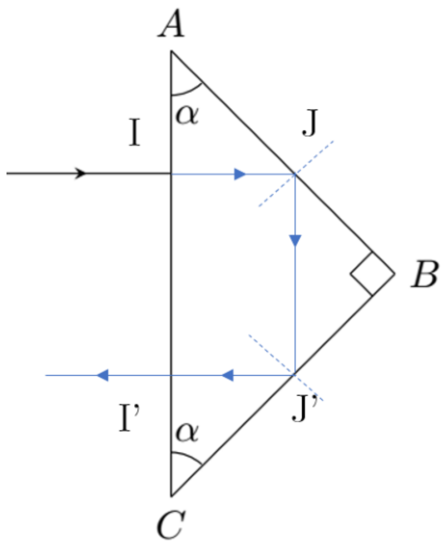
1) Lois de Snell-Descartes (accompagnées d'un schéma, cf. cours pour les notations) :

- Les rayons incident, réfléchi et réfracté sont coplanaires : ils appartiennent au plan d'incidence.
- Pour la réflexion : $i_1 = i_1'$
- Pour la réfraction : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

2) La somme des angles dans un triangle est égale à π. Donc :

$$\pi = \frac{\pi}{2} + 2\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{\pi}{4}}$$

I.1 - Première méthode : incidence normale



3) Rayon non dévié sur [AC] car incidence normale.

4) Il y a réflexion totale sur [AB] si :

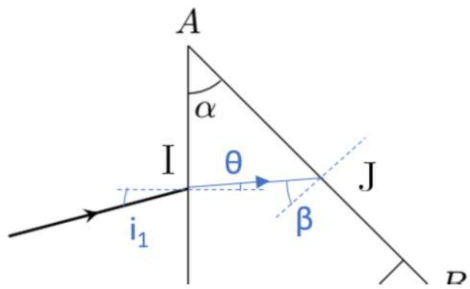
$$n \sin(45°) > 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{n > \sqrt{2}}$$

5) En cas de réflexion totale sur [AB], il y aura également réflexion totale sur [BC] et le rayon émergent repart parallèlement au rayon incident. D'où le nom de réflecteur.

6) La distance $\mathrm{IJ} = \mathrm{AI}$ car les angles en A et en J sont égaux, le triangle est donc isocèle. De même, $\mathrm{I'J'} = \mathrm{I'C}$. De plus, la distance $\mathrm{JJ'} = \mathrm{II'}$.

On en déduit la distance parcourue dans le prisme :

$$\boxed{\mathrm{IJ} + \mathrm{JJ'} + \mathrm{J'J} = \mathrm{AI} + \mathrm{II'} + \mathrm{I'C} = \mathrm{AC}}$$



7) On veut un angle de réfraction en J de 90°. Ainsi :

$$n \sin(\beta) = 1$$

Or, dans le triangle AIJ, on a :

$$\pi = \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \quad \Rightarrow \quad \theta + \beta = \frac{\pi}{4}$$

On en déduit :

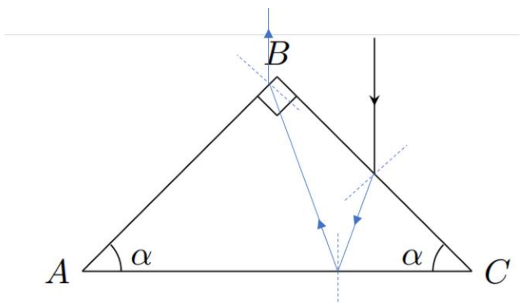
$$\sin(i) = n \sin(\theta) = n \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = n \sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)$$

Soit,

$$\boxed{i = \arcsin\left(n \sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)\right)\right) = 4{,}8°}$$

I.2 - Deuxième méthode : réflexion sur la base

8)



9) On veut une réflexion totale sur AC :

$$n\sin(\gamma') > 1$$

Or dans le triangle $\mathrm{CI_1I_2}$:

$$\pi = \alpha + \left(\frac{\pi}{2} - \gamma'\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta'\right) \quad \Rightarrow \quad \gamma' + \beta' = \frac{\pi}{4}$$

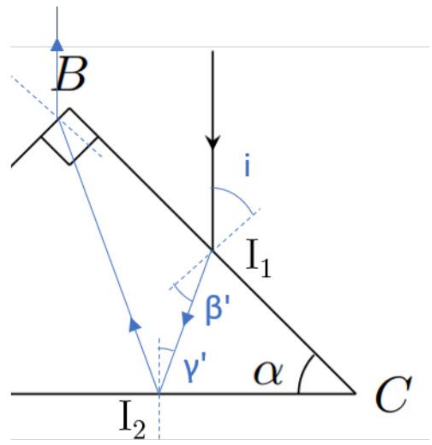
De plus,

$$n\sin(\beta') = \sin(45°) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

On en déduit :

$$\boxed{1 < n\sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta'\right) = n\sin\left(\frac{\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1}{n\sqrt{2}}\right)\right)}$$

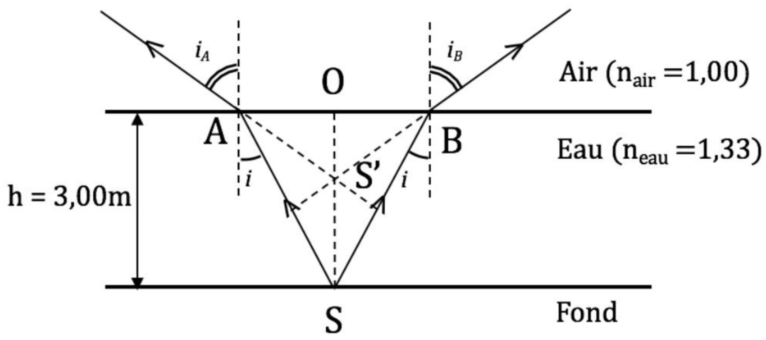
C'est le cas pour $n' = 2{,}5$ mais pas pour $n = 1{,}5$.



--- Fin de la partie I ---

II - Profondeur d'une piscine

10)



11) Avec la loi de Snell-Descartes :

$$n\sin(i) = \sin(i_A) \quad \text{avec :} \quad i = 30° \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_A = \arcsin(n\sin(i)) = 0{,}727 \text{ rad} = 41{,}7°}$$

Il en va de même pour i_B.

12)

13) On a :

$$\tan(i) = \frac{\mathrm{OA}}{h} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{OA} = h\tan(i) = 1{,}73 \text{ m}}$$

14) Dans le triangle S'OA :

$$\tan(i_A) = \frac{\mathrm{OA}}{h'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{h' = \frac{\mathrm{OA}}{\tan(i_A)} = 1{,}95 \text{ m}}$$

15) On a bien $h' < h$, la piscine parait moins profonde remplie.

--- Fin de la partie II ---

III - Étude de la déviation produite par un prisme

III.1 - Déviation

16) Loi de Snell-Descartes :

$$\boxed{\sin(i) = n\sin(r)} \quad \text{et} \quad \boxed{\sin(i') = n\sin(r')}$$

Dans le triangle AII' :

$$\pi = A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = r + r'}$$

17) On a :

$$D = (i - r) + (i' - r') = \boxed{i + i' - A}$$

III.2 - Minimum de déviation

18) **Principe du retour inverse de la lumière** : Le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours : si un certain chemin reliant un point A à un point B peut être parcouru par un rayon lumineux, alors un rayon lumineux pourra suivre le même chemin pour aller de B à A.

Dans notre cas, si D est la déviation correspondant à une incidence i, alors D est aussi la déviation correspondant à l'incidence i'. Il existe donc deux angles d'incidence donnant la même déviation. Ainsi, lorsque D atteint son minimum, ces deux angles doivent se confondre (c'est bien ce qui est observer sur la courbe).

19) Au minimum de déviation, on a : $\boxed{i = i'}$ donc $\boxed{r = r' = A/2}$.Ainsi, $D_m = 2i - A$. La loi de Snell-Descartes donne :

$$\boxed{n = \frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

20) On peut lire $D_m \simeq 51 - 53\,°$ ⇒ $\boxed{n \simeq 1{,}5 - 1{,}7}$.

III.3 - Réflexion totale

21) Prenons la valeur moyenne de $n = 1{,}6$. À la limite de la réflexion totale, on a :

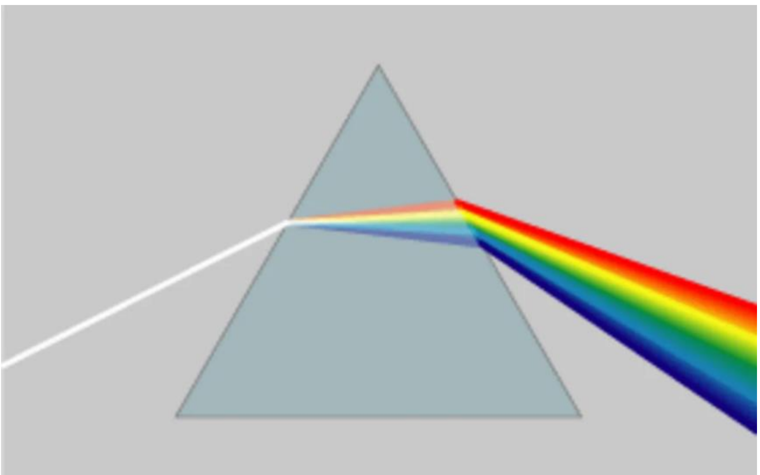
$$i' = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad r' = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 38{,}7\,° \quad \Rightarrow \quad r = A - r' = 21{,}3\,° \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_{min} = \arcsin(n\sin(r)) = 34\,°}$$

C'est bien ce que l'on peut lire, *approximativement*, sur la courbe expérimentale.

III.4 - Loi de Cauchy

22) Milieu dispersif.

23) Puisque $C_2 > 0$, $n(\lambda)$ est une fonction décroissante. Donc $\boxed{n_{rouge} < n_{bleu}}$.Donc $\boxed{D_{m,rouge} < D_{m,bleu}}$.Donc $\boxed{D_{rouge} < D_{bleu}}$. Le rouge est donc moins dévié que le bleu. On observe :



--- Fin de la partie III ---